

Printed Pages – 14+2=16

2200760

B. Sc. (Second Year) Examination, 2024

(Major-II/Minor/Open Elective)

MATHEMATICS

Paper : Second

(Advanced Calculus and Partial Differential Equations)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 70

Minimum Pass Marks : 28

नोट : सभी तीनों खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार हल करें। अंकों का विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।

Note : Attempt questions of all three sections as directed. Distribution of marks is given with sections.

खण्ड- 'अ'

Section- 'A'

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

5×1=5

(Objective Type Questions)

2200760

PTO

2200760

B. Sc. (Second Year) Examination, 2024

(Major-II/Minor/Open Elective)

MATHEMATICS

Paper : Second

(Advanced Calculus and Partial Differential Equations)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 70

Minimum Pass Marks : 28

नोट : सभी तीनों खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार हल करें। अंकों का विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।

Note : Attempt questions of all three sections as directed. Distribution of marks is given with sections.

खण्ड-'अ'

Section-'A'

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

5×1=5

(Objective Type Questions)

2200760

PTO

नोट : निम्नलिखित सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

Note : Answer all the following questions. Each question carries 1 mark.

1. सही उत्तर का चयन कीजिए—

Choose the correct answer :

(i) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{1/n}$ का मान है—

(a) 0

(b) e

(c) $1/e$

(d) 1

The value of $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{1/n}$ is :

(a) 0

(b) e

(c) $1/e$

(d) 1

(ii) अनन्त श्रेणी $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$ है—

(a) अपसारी

(b) दोलायमान

(c) अभिसारी

(d) इनमें से कोई नहीं

The finite series $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$ is :

(a) Divergent

(b) Oscillatory

(c) Convergent

(d) None of these

(iii) समघात फलन $f(x, y) = x \tan^{-1}(x/y)$ की घात है—

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

The degree of homogeneous function

$f(x, y) = x \tan^{-1}(x/y)$ is

- (a) 0
 (b) 1
 (c) 2
 (d) None of these

1.

(iv) $\sqrt{n} \sqrt{1-n}$ का मान है—

- (a) $B(n, 1)$
 (b) $B(n, 1-n)$
 (c) $B(n, 1-2n)$
 (d) $B(1-n, 1-n)$

The value of $\sqrt{n} \sqrt{1-n}$ is :

- (a) $B(n, 1)$
 (b) $B(n, 1-n)$

(c) $B(n, 1-2n)$

(d) $B(1-n, 1-n)$

(v) $2r + 5s + 2t$ का सहायक समीकरण है—

- (a) $2m^2 + 5m + 2 = 0$
 (b) $2m^2 - 5m + 2 = 0$
 (c) $2m^2 - 5m - 2 = 0$

(d) इनमें से कोई नहीं

Subsidiary equation of $2r + 5s + 2t$ is :

- (a) $2m^2 + 5m + 2 = 0$
 (b) $2m^2 - 5m + 2 = 0$
 (c) $2m^2 - 5m - 2 = 0$
 (d) None of these

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

5×5=25

(Short Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

Note : Answer all the five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 5 marks.

इकाई-I

Unit-I

2. दर्शाइये कि $\sqrt{8}$ एक परिमेय संख्या नहीं है।

Show that $\sqrt{8}$ is not a rational number.

अथवा

Or

R में आर्किमिडीज गुणधर्म का कथन लिखिये एवं सिद्ध कीजिये।

State and prove Archimedes property in R.

इकाई-II

Unit-II

3. अनन्त श्रेणी

$$\left(\frac{2^2}{1^2} - \frac{2}{1}\right)^{-1} + \left(\frac{3^3}{2^3} - \frac{3}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{4^4}{3^4} - \frac{4}{3}\right)^{-3} + \dots$$

के अभिसरण या अपसरण का परीक्षण कीजिये।

Test the convergence or divergence of the infinite series

$$\left(\frac{2^2}{1^2} - \frac{2}{1}\right)^{-1} + \left(\frac{3^3}{2^3} - \frac{3}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{4^4}{3^4} - \frac{4}{3}\right)^{-3} + \dots$$

अथवा

Or

निम्नलिखित फलनों के लिए सेले प्रमेय का सत्यापन कीजिये—

$$(a) f(x) = x^3 - 4x$$

$$(b) f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

Verify Rolle's theorem for the following functions :

(a) $f(x) = x^3 - 4x$

(b) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

इकाई-III

Unit-III

4. सिद्ध कीजिये कि-

$Jf' = 1$

Prove that :

$Jf' = 1$

अथवा

Or

यदि $n = f(x - y, y - z, z - x)$

तो सिद्ध कीजिये कि-

$$\frac{\partial n}{\partial u} + \frac{\partial n}{\partial y} + \frac{\partial n}{\partial z} = 0$$

If $n = f(x - y, y - z, z - x)$

then prove that :

$$\frac{\partial n}{\partial u} + \frac{\partial n}{\partial y} + \frac{\partial n}{\partial z} = 0$$

इकाई-IV

Unit-IV

5. सिद्ध कीजिये-

$$(Y + Z)p + (Z + X)q = x + y$$

Solve :

$$(Y + Z)p + (Z + X)q = x + y$$

अथवा

Or

सब कीजिये-

$$y^2 - q = xy$$

Solve :

$$y^2 - q = xy$$

[12]

अथवा

Or

बोधायन की संक्षिप्त जीवनी लिखिये।

Write a brief biography of Bodhayan.

इकाई-II

Unit-II

8. टेलर प्रमेय लिखिये एवं सिद्ध कीजिये।

State and prove Taylor's theorem.

अथवा

Or

यदि

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^{1/x}} & , x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

दर्शाइये कि f , $x=0$ पर संतत है, किन्तु $f'(0)$ विद्यमान नहीं है।

2200760

[13]

If $f(x) = \frac{x}{1+e^{1/x}}$ when $x \neq 0$ and $f(0) = 0$. Show

that $f(x)$ is continuous but not differentiable at $x = 0$.

इकाई-III

Unit-III

9. प्रतिबन्धों $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ और $lx + my + nz = 0$ के

अन्तर्गत $u = x^2 + y^2 + z^2$ के उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात

कीजिये। परिणाम की व्यापारितीय व्याख्या भी कीजिये।

Find the maxima and minima of $u = x^2 + y^2 + z^2$ subject

to the conditions $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ &

$lx + my + nz = 0$. Interpret the result geometrically.

अथवा

Or

तीन चरों के एक समघात फलन के लिए ऑयलर प्रमेय का कथन लिखिये और सिद्ध कीजिये।

State and prove Euler's theorem for a homogeneous function of three variables.

2200760

PTO

10. समीकरण

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

का वर्गीकरण कीजिये और विहित रूप में रूपान्तरित कीजिये।

Classify and reduce the equation

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

to canonical form.

अथवा

~~Or~~

हल कीजिये—

$$(D^2 - DD' + D' - 1)z = \cos(x + 2y) + e^x$$

Solve :

$$(D^2 - DD' + D' - 1)z = \cos(x + 2y) + e^x$$